Diskussionsuppgifter, 14 maj
Topics for discussion, May 14

1. Ett industriföretag införskaffar ett stort antal maskiner från en billig leverantör. Tidigare erfarenheter tyder på att ca 9/10 av maskinerna är av hög kvalitet. Deras livslängd antas följa en exponentialfördelning med medelvärdet 100 timmar. Ca 1/10 av maskinerna är dessvärre s. k. måndagsexemplar med en livslängd som också är exponentiell men med medelvärdet 40 timmar. För övrigt ser maskinerna likadana ut.

Vi väljer nu en maskin slumpmässigt och följer med hur den fungerar. Antag att den fortfarande är i gång efter t timmar. Ange sannolikheten för att den är ett måndagsexemplar.

An industrial firm procures a large number of machines from an inexpensive supplier. It is known from previous experience that about nine tenths of the machines are of high quality. Their life spans are assumed to be exponentially distributed with a mean of 100 hours. However, about one tenth of the machines are so-called lemons, whose life spans also follow an exponential distribution but with a mean of only 40 hours. Otherwise they look identical.

We now choose a machine at random and observe how it functions. Suppose that it is still working after t hours. What is the probability that it is a lemon?

2. I modellen på sid. 106 i föreläsningsanteckningarna sökes den förväntade tiden innan en frisk person dör.

Consider the model on p. 106 in the lecture notes. Compute the expected time until a healthy person dies.

3. Födelse- och dödsprocesser

Tillståndsrummet X är antalet individer, $X = \{0, 1, 2, 3, \ldots N\}$. ($N = \infty$ möjligt.)

Övergång från n till $n+1$ (födelse) sker med intensiteten λ_n och övergång från n till $n-1$ (död) med intensiteten μ_n. $\mu_0 = 0$ och $\lambda_N = 0$ om N är ändligt.

Stort antal olika fall har behandlats i litteraturen. Exempel: linjär tillväxtmodell med immigration: $\mu_n = n\mu$, $\lambda_n = n\lambda + \theta$, där μ, λ, θ är positiva konstanter.

Om $N = \infty$ och $\mu_n = 0$ för alla n har vi en ren dödsprocess. Om λ_n dessutom är konstant $= \lambda$, är vi tillbaka i en vanlig Poissonprocess med intensiteten λ.

Birth and death processes

The state space X is the number of individuals, $X = \{0, 1, 2, 3, \ldots N\}$. ($N = \infty$ is possible.)

Transition from n to $n+1$ (birth) happens with intensity λ_n and transition from n to $n-1$ (death) with intensity μ_n. $\mu_0 = 0$ and $\lambda_N = 0$ in case N is finite.

A large number of special cases have been treated in the literature. Example: linear growth model with immigration: $\mu_n = n\mu$, $\lambda_n = n\lambda + \theta$, where μ, λ, θ are positive constants.

If $N = \infty$ and $\mu_n = 0$ for all n we have a pure birth process. If, in addition, λ_n is a constant, λ, then we have an ordinary Poisson process with intensity λ.