

ORDINÄRA DIFFERENTIALEKVATIONER

DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 23.11.2011

1. Undersök om $f(t,x)$ uppfyller ett Lipschitzvillkor i $[0, 1] \times [0, 1]$ då

(a) $f(t, x) = t^2 + x^2$, (b) $f(t, x) = \sin t \cos t$, (c) $f(t, x) = |t - x|$.

2. Visa att begynnelsevärdesproblemet

$$x' = 1 + \sin(tx - t^2), \quad x(0) = 0,$$

har precis en (lokal) lösning samt bestäm denna lösning.

3. Lös med Picards iterationsförfarande problemet

$$x' = 2t(x + 1), \quad x(0) = 0.$$

4. Visa att begynnelsevärdesproblemet

$$x' = t^2 + e^{-x^2}, \quad x(0) = 0,$$

har en entydig lösning på hela reella axeln.

5. Skriv differentialekvationen

$$x''' - t^2 x'' - 2t^{-1} x' + 10e^{-t} x = t \cos t$$

som ett system i normalform.