ORDINÄRA DIFFERENTIALEKVATIONER

DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 7.12.2011

1. Betrakta ekvationen $x'' + 3x' + 2x = t + 2.$

Ange en fundamentalmatris $\bar{F}(t)$ till det motsvarande systemet

$$\bar{x}' = \bar{A}(t)\,\bar{x} + \bar{b}(t).$$

Skriv med hjälp av $\bar{F}(t)$ upp den allmänna lösningen till detta system.

2. Visa att $\begin{pmatrix} 1/t & 1 \\ -1 & t \end{pmatrix}$ är en fundamentalmatris på intervallet $(0,\infty)$ till systemet

$$\begin{cases} 2t^2x' = -tx + y \\ 2ty' = tx + y \end{cases} .$$

3. Använd fundamentalmatrisen i uppgift 2 för att bestämma den allmänna lösningen till systemet

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{2t}x + \frac{1}{2t^2}y + t \\ y' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2t}y + t^2 \end{cases}$$

i intervallet $(0,\infty)$. (Obselvera att man inte kan välja $t_0 = 0$ som initialpunkt aftersom ekvationen är singular i denna punkt!)

4. Bevisa Lemma 127, s. 117.

5. Kan funktionerna $y_1(t) = \sin t$ och $y_2(t) = e^t$ utgöra en bas för lösningsrummet till någon homogen, linjär DE av 2. ordningen då
(a) $t \in R$ (b) $t \in (-1, 0)$? Bestäm DE :en om en sådan existerar.