Hemuppgifter i Matriser till vecka 3

A. Betrakta en ekonomi bestående av tre sektorer: Kemikalier & Metaller (K), Energi (E) och Maskiner (M). Antag att varje sektor säljer en viss procent av sin produktion till de två andra enligt schemat

och använder resten själv. Bestäm priserna på varje sektors produktion (per tidsenhet) så att ekonomin är i balans (så att en sektors utgifter är lika stora som sektorns inkomster). Bortse från andra inkomster och utgifter än dem som härrör från ovannämnda handel.

B. Låt A vara en n/n-matris som har talen $d_1, \ldots, d_n$ i diagonalen men i övrigt består ettor. Antag att $d_i > 1$ för varje i. Visa att $x^T Ax > 0$ för varje $n/1$-vektor $x \neq 0$ och slut härav att A är icke-singulär. (Ledning: Skriv A som summan av en diagonalmatris med talen $d_i - 1$ i diagonalen och en matris som består av enbart ettor.)

C. Är följande delmängder underrum av vektorrummet P av alla polynom:

(a) $U = \{p \in P \mid p(x) = a + bx^2, a \in \mathbf{R}\}$;

(b) $V = \{p \in P \mid p(x) = 2 + ax, a \in \mathbf{R}\}$;

(c) $W = \{p \in P \mid p(2) = p(3) = 0\}$;

D. Antag att $a_1, \ldots, a_n$ är linjärt oberoende vektorer i ett vektorrum och antag att a_{n+1} ligger utanför spannet av $a_1, \ldots, a_n$. Visa att vektorerna $a_1, \ldots, a_{n+1}$ är linjärt oberoende.

E. Undersök om mängden av vektorer $\{(2\ \ 2\ \ 3\ \ 3), (1\ \ -1\ \ -1\ \ 2), (3\ \ 1\ \ 2\ \ 5), (3\ \ 3\ \ 3\ \ 3)\}$ är linjärt beroende eller linjärt oberoende. Paragraf 4: Uppgifterna 12, 14, 18 c), 19, 22.