Hemuppgifter i Matriser

Paragraf 8: 6, 9.

A. I en triangel med sidorna a, b och c må de motstående vinklarna vara α, β respektive γ. Med hjälp av enkel trigonometri fås sambanden

$$\begin{aligned} b\cos\gamma + c\cos\beta &= a \\ c\cos\alpha + a\cos\gamma &= b \ . \\ a\cos\beta + b\cos\alpha &= c \end{aligned}$$

Använd Cramers regel till att härleda formler för $\cos\alpha$, $\cos\beta$ och $\cos\gamma$.

B. Bestäm egenvärden och baser i egenrummen för matriserna

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

C. Bestäm egenvärden och baser i egenrummen för A^{90}, då

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(Ledning: Bestäm först egenvärden och baser i egenrummen för A.)

D. Visa att den karakteristiska ekvationen för en (reell) 2/2-matris A kan skrivas $\lambda^2 - \mathrm{tr}(A)\lambda + \det(A) = 0$. Bestäm villkoret för att A skall ha enbart reella egenvärden samt verifiera att detta villkor gäller för alla symmetriska 2/2-matriser.

E. Antag att $u = (\,1 \quad 2 \quad 3\,)^T$ och $v = (\,3 \quad 2 \quad 1\,)^T$. Bestäm (den ortogonala) projektionen av u på v samt av v på u.