**Hemuppgifter i Matriser**

Paragraf 5: 1, 3, 6.

A. Visa att $(p,q) = p(-1)q(-1) + 3p(1)q(1) + 5p(7)q(7)$ är en skalär produkt i vektorrummet $P_2 = \{\text{polynom av graden} \quad \leq 2\}$.

B. Visa med hjälp av uppgift B vecka 8 att $(x,x) \geq 0$ för varje $x \in \mathbf{R}^3$ och att likhet gäller om och endast om $x = 0$, då produkten $(x,y)$ är definierad genom

$$(x,y) = x^T \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} y$$

(att de övriga axiomen för en skalär produkt gäller, är trivialt). Se efter vad Schwarz olikhet ger i det fall att $x = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}^T$ och $y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^T$.

C. Cosinerna $\cos\alpha$, $\cos\beta$ och $\cos\gamma$ för vinklarna mellan en vektor $x$ ($\neq 0$) och vektorerna $e_1$, $e_2$ och $e_3$ i den naturliga basen i $\mathbf{R}^3$ kallas *riktningscosinerna* för $x$. Visa att $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$. Paragraf 5: Uppgifterna 7, 9, 10.

D. Visa att i varje euklidiskt vektorrum $E$ gäller att

$$x + y^2 + x - y^2 = 2x^2 + 2y^2$$

för varje $x$, $y \in E$. Tolka formeln geometriskt!