Matematiska programpaket, 2015-16

Övning 3, Matlab

1. Visa dokumentationen för kommandona `log` och `rand`, både så att dokumentationen skrivs ut vid prompten (`help`) och i ett enskilt fönster (`doc`). Undersök även vilka demonstrationer som erbjuds via kommandot `demo matlab`.

2. Definiera en ekvidistant vektor över $[0, 10]$ så att

   (a) avståndet mellan två på varandra följande element är 0.2.

   (b) vektorn består av 100 element.

3. Skapa en vektor $\mathbf{z} = (z_1, \ldots, z_n)$ bestående av $n = 100$ slumptal genererade med `randn`.

   (a) Beräkna medeltalet $\bar{z}$ av datapunkterna genom att använda funktionen `mean`.

   (b) Beräkna medeltalet $\bar{z}$ av datapunkterna genom att summera (`sum`) över elementen och dividera med antalet element (använd `length`).

   (c) Beräkna stickprovets varians s^2 enligt formeln

   $$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (z_i - \bar{z})^2.$$

   Medeltalet och stickprovets varians skattar väntevärdet samt variansen för fördelningen över Z. Verkar skattningarna rimliga (använd `help randn` för information om fördelningen).

   (d) Hitta positionen samt värdet på det tal i vektorn som avviker mest från noll (använd `abs` samt `max`).

4. Skapa en (5×5)-permutationsmatris A enligt:

   $$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

   Undersök A^n:s beteende för olika heltal $n \geq 1$ genom att beräkna $A^n x$ där $x = (1, 2, 3, 4, 5)$, dvs. undersök hur positionerna för elementen i x förändras.

5. Mata in matriserna

$$D_1 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.4 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad D_2 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.4 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}.$$

Vad händer med D_1^n resp. D_2^n för stora värden på n?

6. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x - 5y & = 13 \\ -3x + 10y & = 6 \end{cases}.$$

Kontrollera lösningen grafiskt genom att skapa vektorerna `x=31:0.1:33`, `y1=(2/5)*x-(13/5)` och `y2=(3/10)*x+(3/5)` och sedan använda använda kommandot `plot(x,y1,x,y2)`.

7. Mata in matriserna

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 2 & 5 \end{pmatrix},$$

och beräkna följande:

   (a) $A + B$.
   (b) AB.
   (c) BA.
   (d) determinanten av A och B.
   (e) inversen av A och B.
   (f) egenvärdena till A och B.

8. För matrisen A i föregående uppgift, gör följande uppdelningar

   (a) LU-faktorisering (`lu`), (resulterar i två matriser)
   (b) QR-faktorisering (`qr`), (resulterar i två matriser)
   (c) singulärvärdesuppdelning (`svd`), (resulterar i tre matriser).

   Testa dessutom att uppdelningarna är korrekta genom att multiplicera ihop de matriser som fås som resultat. Produkten borde alltså bli lika med den ursprungliga matrisen, OBS! singulärvärdesuppdelningen.

9. Sök nollställena till (använd `roots`)

   (a) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 29x^2 + 128x - 2240$.
   (b) $g(x) = 3x^5 - 7x^2 + 8x - 21$.

10. Approximera funktionen $f(x) = x\sin(x)$ i intervallet $x \in [0, 2\pi]$ med hjälp av polynom av gradtal 2, 3 och 5 (använd `polyfit`). Rita en graf som illustrerar hur bra approximationerna är. Tips: Använd kommandot `plot(x,y,x,polyval(p,x))`, där `y` är funktionen f:s värden i punkterna `x`, och `p` är polynomet som anpassats till f.