Linjär Algebra, Hemuppgifter 11

För att få poäng bör hemuppgifterna inlämnas senast tisdagen den 6.5.2014.
verade.

1. Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestäm en diagonalmatris D och en nilpotent matris N med $DN = ND$ sådana att $A = D + N$. Beräkna utan datorhjälp A^{50}.

2. Låt V vara ett ändligt dimensionellt vektorrum med $\dim V = 6$. Vidare, låt $T \in L(V)$ och antag att $(z-1)(z+2)^5$ är karakteristiska polynomet till T och $(z-1)(z+2)^3$ är det minimala polynomet till T. Bestäm alla möjliga Jordan normalformer till T.

3. Låt V vara ett ändligt dimensionellt vektorum och $T \in L(V)$ med $T^3 = T$. Visa att det finns en bas i vilken T kan framställas som en diagonalmatris.

4. Låt $T \in L(V)$ och antag att $v_1, ..., v_n$ är en bas i V som är en Jordanbas för T. Beskriv matrisen för T med avseende på basen $v_n, ..., v_1$.

5. Antag att V är ett komplext vektorrum och $T \in L(V)$. Visa att det inte finns någon direkt summauppdelning av V i två äkta delrum som är invarianta under T om och endast om det minimala polynomet av T är av formen $(z-\lambda)^{\dim V}$ för något $\lambda \in \mathbb{C}$.