**Linjär Algebra, Hemuppgifter 8**

För att få poäng bör hemuppgifterna inlämnas senast onsdagen den 2.4.2014. Lösningarna skall vara ordentligt skrivna och välmotiverade.

1. Visa att varje ortogonal projektion är positiv.

2. Låt $V$ vara ett komplext inre produktrum. Visa att varje normal operator på $V$ har en kvadratrot.

3. Bevisa eller ge ett motexempel: den identiska operatorn på $\mathbb{K}^2$ har oändligt många självadjungerade kvadratrötter.

4. Bevisa eller ge ett motexempel: om $S \in L(V)$ och det finns en ortonormerad bas $e_1, ..., e_n$ i $V$ sådan att $||Se_j|| = 1$ för alla $e_j$, så är $S$ en isometri.

5. Låt $T \in L(V)$ vara självadjungerad. Visa att det existerar en operator $S \in L(V)$ sådan att $S^3 = T$.

6. Antag att $T \in L(V)$ är normal. Visa att $N(T^k) = N(T)$ och $R(T^k) = R(T)$ för varje positivt heltal $k$.