Grundkurs i statistisk teori, del 2

Kurstentamen, 12.05.2014

1. Välj ut TVÅ (!) av (a),(b),(c) och svara på dem.

   (a) Förklara följande begrepp.

   i. Statistisk inferens.

   ii. Statistika.

   iii. Nollhypotesen vid hypotesprövning.

   (b) Låt $\hat{\theta}(X)$ vara en estimator av θ. Förklara följande påståenden.

   i. $\hat{\theta}(X)$ är väntevärdesriktig.

   ii. $\hat{\theta}(X)$ är konsistent.

   (c) Ge ett exempel på en situation där följande typer av korrelationer kan uppstå.

   i. Kausalsamband.

   ii. Nonsenskorrelation.

2. Betrakta X som en normalfördelad stokastisk variabel som representerar hållbarheten (i km) hos ett bildäck. En bildäckstillverkare påstår att hållbarheten på deras däck har ökat tack vare en ny gummiblandning. För att utvärdera påståendet provkörde man 30 bildäck och erhöll den genomsnittliga hållbarheten $\overline{x} = 42200$ km samt stickprovsstandardavvikelsen $s = 1870$. Använd ett ensidigt test på signifikansnivå $\alpha = 0.01$ för testa om den nya gummiblandningen är mera hållbar än den gamla då det tidigare genomsnittet kan antas vara 41500 km.

3. På en lösning med det okända pH-värdet μ har man gjort fyra mätningar:

   $$8.04 \quad 7.96 \quad 8.15 \quad 8.09$$

   Man känner till att pH-mätaren har ett systematiskt fel $\Delta = +0.1$ samt ett slumpmässigt fel som följer normalfördelningen $N(0, \sigma^2)$ där $\sigma = 0.07$. De fyra mätresultaten kan därmed betraktas som oberoende observationer från $N(\mu + \Delta, \sigma^2)$. Beräkna ett 95%-konfidensintervall för pH-värdet μ.

4. Från 500 landsvägsolyckor har man samlat in data som kan sammanfattas med följande tabell:

Typ av skador	Användning av säkerhetsbälte	
	Användes	Användes inte
Inga eller lätta	101	143
Svåra	58	198

   Testa utgående från stickprovet på signifikansnivå $\alpha = 0.001$ om användningen av säkerhetsbälte påverkar typen av skada som uppstår.

5. Livslängden X på en elektronisk komponent antas vara exponentialfördelad:

   $$X \sim \text{Exp}(\beta) \text{ där } \beta > 0 \text{ har täthetsfunktionen } f(x;\beta) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} \text{ för } x \geq 0$$

   Man mäter livslängden i timmar på tio slumpmässigt utvalda komponenter och erhåller följande stickprov:

   $$50.11 \quad 17.73 \quad 33.40 \quad 74.14 \quad 47.22 \quad 82.17 \quad 55.89 \quad 60.01 \quad 43.20 \quad 59.76$$

   (a) Härled maximum-likelihood-estimatorn för parametern β.

   (b) Beräkna maximum-likelihood-estimatet $\hat{\beta}_{ML}$ utgående från stickprovet samt använd skattningen för att beräkna sannolikheten att en komponent skall fungera ännu efter tre dygn.