

Svar till övningsuppgifter

Kapitel 1

3. 2^n
4. a) $A \cap B \cap C$ b) $A^c \cap B^c \cap C^c$
c) $(A \cap B^c \cap C^c) \cup (A^c \cap B \cap C^c) \cup (A^c \cap B^c \cap C)$
d) $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) \cup (A^c \cap B \cap C)$
e) $A \cup B \cup C$
5. Likheten gäller t.ex. då $A = \emptyset$.
6. Använd Sats 1.6 a).
7. a) 20 b) 142

Kapitel 2

1. 31^{10^6}
2. 990
3. 13 440
4. a) 2 598 960 b) 311 875 200
5. 5040
10. 308 557
11. 210
12. 96
13. a) $\binom{n}{p} \binom{n}{q}$, om $p + q > n$,
 $\binom{n}{p} \binom{n}{q} - \binom{n}{p} \binom{n-p}{q}$, om $p + q \leq n$.
b) $\frac{n!}{(p-1)!(q-1)!(n-p-q+1)!}$, om $p + q \leq n + 1$,
0, om $p + q > n + 1$.
14. a) 624 b) 58 656
15. 36
16. 560
17. 5 400

Kapitel 3

1. a) $\Omega = \{(kr, kr, kr), (kr, kr, kl), (kr, kl, kr), (kl, kr, kr), (kr, kl, kl), (kl, kr, kl), (kl, kl, kr), (kl, kl, kl)\}$
4. 0,3

5. a) 0,118 b) 0,0823
6. a) 0,0129 b) 0,414 c) 0,000181
7. a) 0,400 b) 0,833 c) 0,167
8. a) $0,154 \cdot 10^{-5}$ b) $0,154 \cdot 10^{-4}$ c) 0,00198
9. 0,0386
10. 0,00144
11. $0,18 \cdot 10^{-7}$
12. 0,150
13. a) 0,969 b) 0,313 c) 0,500
14. a) 0,1 b) 0,5 c) 0,7
17. a) 0,3 b) 0,7
18. $\frac{13}{36} \simeq 0,361$
19. a) 0,145 b) 0,421 c) 0,174
20. a) 0,0196 b) 0,157

Kapitel 4

1.

x	0	1	2	3	4
$f_{\xi}(x)$	0,154	0,440	0,330	0,0733	0,00366
2.

x	0	1	2	3	4
$f_{\xi}(x)$	$\frac{7}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$
3.

x	4	5	6	7	8	9
$f_{\xi}(x)$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$
4. a = 0,1

x	0	1	4
$f_{\eta}(x)$	0,3	0,6	0,1
5. a) $\Omega_{|\xi|}$:

x	0	1	2
$f_{ \xi }(x)$	0,2	0,4	0,4

b) Ω_{ξ^2} :

x	0	1	4
$f_{\xi^2}(x)$	0,2	0,4	0,4
6. $E(\xi) = 4,2$
7. $E(\xi) = 1,44$, $V(\xi) = 1,206$
8. a) $E(|\xi|) = 1,2$, $V(|\xi|) = 0,56$
b) $E(\xi^2) = 2$, $V(\xi^2) = 2,8$

$$9. E(\eta) = -4, \quad D(\eta) = 10$$

$$12. \mu = \frac{n}{p} \quad \sigma^2 = \frac{n(1-p)}{p^2}$$

Ledning: MacLaurinutveckla $f(x) = (1-x)^{-n}$ och sätt $x = 1-p$. Resultatet blir $\sum_{k=n}^{\infty} \binom{k-1}{n-1} (1-p)^{k-n} = p^{-n}$. Härav följer att $\sum_{k=n}^{\infty} f(k) = 1$. Vid bestämning av väntevärdet och variansen behövs MacLaurinutvecklingen för $(1-x)^{-(n+1)}$ resp. $(1-x)^{-(n+2)}$.

$$14. k = \frac{1}{2}$$

$$15. f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}, \quad x \in (0, 1)$$

$$P(0 < \xi < 0,5) = 0,5$$

$$P(0,25 < \xi < 0,5) = 0,167$$

$$P(|\xi - 0,5| > 0,25) = 0,667$$

$$16. a) E(\xi) = \frac{n+1}{n+2}, \quad V(\xi) = \frac{n+1}{(n+3)(n+2)^2}$$

$$b) E(\xi) = \frac{2}{\pi}, \quad V(\xi) = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2$$

$$17. c = \frac{1}{\pi}$$

$$18. a) 0,9332 \quad b) 0,0062 \quad c) 0,9332$$

$$d) 0,0228 \quad e) 0,6826 \quad f) 0,9544 \quad g) 0,1336$$

$$19. 1,96 \text{ resp. } 3,3$$

$$20. \mu = 50, \quad \sigma = 20$$

Kapitel 5

$$1. a) 0,235 \quad b) 0,25$$

$$2. \frac{4}{7} \simeq 0,571$$

$$3. 0,582$$

$$4. \frac{2}{3}$$

$$8. 0,8$$

$$9. 0,022$$

$$10. a) 0,229 \quad b) 0,0190$$

$$11. 0,16$$

$$12. 0,375$$

$$13. 0,0554$$

$$14. a) \frac{1}{30} \quad b) \frac{2}{3(n+1)(n+2)} \quad c) \frac{2}{3} \frac{n+3}{n+2} \quad d) \frac{2}{3}$$

$$16. \text{Nej}$$

$$18. 0,496$$

$$19. \text{Nej}$$

$$20. a) 0,727 \quad b) 0,999$$

$$21. a) 0,139 \quad b) 1 - 2 \left(\frac{5}{6}\right)^n + \left(\frac{4}{6}\right)^n$$

Kapitel 6

- | | | | | | | |
|-------------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $c = \frac{1}{4}$ | x | 0 | 1 | y | 0 | 1 |
| | $f_{\xi}(x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $f_{\eta}(y)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{4}$ |

Variablerna är beroende.

- | | | | | | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | y | 4 | 5 | 6 |
| $f_{\xi}(x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $f_{\eta}(y)$ | $\frac{10}{36}$ | $\frac{10}{36}$ | $\frac{16}{36}$ |

Variablerna är beroende.

$\zeta_1 :$	0	4	5	6	8	10	12	15	18
$f_{\zeta_1} :$	$\frac{9}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$

$\zeta_2 :$	0	1	4	9
$f_{\zeta_2} :$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

- $\mu = 2$ $\sigma^2 = 2, 4$
- $E(\xi) = 2 - a$ $V(\xi) = a(1 - a)$
 - $\mu = 2(2 - a)$ $\sigma^2 = 2a(1 - a)$
- $E(\zeta) = 2, 72$
- 434, 72

- | | | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $\xi_1 :$ | x | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | $f_{\xi_1}(x)$ | $\frac{1}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{3}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{5}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{3}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{1}{25}$ |

$\xi_2 :$	y	1	2	3	4	5
	$f_{\xi_2}(y)$	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{9}{25}$

$(\xi_1, \xi_2) :$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$\frac{1}{25}$	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$	0	0	0	0	0	0
3	0	0	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$	0	0	0	0
4	0	0	0	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$	0	0
5	0	0	0	0	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$

Variablerna är beroende.

- 0, 88
- $c = 4,$ 0, 879
- $\frac{3}{2}$
- $\mu = 30$ $\sigma^2 = \frac{10}{3}$
- $k = 12$ $P(\xi > \eta) = 0, 7$ $P(\xi^2 > \eta) = 0, 5$

13. $f_{\xi}(x) = 1,5 - x$ $f_{\eta}(y) = 1,5 - y$ $\frac{1}{6}$
 14. $\frac{2}{3}$
 15. a) 2000λ $(\xi \sim \text{Po}(\lambda))$
 b) $2000 \frac{1}{\lambda^2}$ $(\xi \sim \text{Ex}(\lambda))$
 16. 0,2603 , 0,05

Kapitel 7

1. a) $E(\xi) = 6$, $V(\xi) = 2,4$
 b) 0,9999
 c) 0,666
2. $\frac{10}{32} = 0,3125$
3. 0,165
4. 1,8 , 0,72
5. $E(\xi) = \sum_{i=1}^n \Pi_i$, $V(\xi) = \sum_{i=1}^n \Pi_i(1 - \Pi_i)$
6. a) $1 - e^{-15}$ b) $E(\xi) = V(\xi) = 15$
7. 0,918
8. 0,0839
9. 0,00185
10. $\mu = 2,67$, $\sigma^2 = 1,45$
11. a) $\frac{\binom{100}{1}\binom{99900}{999}}{\binom{100000}{1000}}$ b) $\binom{1000}{1}0,001^1 \cdot 0,999^{999}$ c) e^{-1}
13. $E(\xi) = 6$ $V(\xi) = 30$ 0,545
14. $\binom{19}{4}0,2^5 0,8^{15}$
15. 0,400
16. Med ca 1400 timmars intervall.
17. 0,1 % , 8,9 % , 62,8 % , 27,6 % , 0,6 %
18. 298,6 g
19. $k = 4139,6$
20. $n = 17$
21. 0,0405
22. 404 g
23. 0,5
24. 0,8133 (Glöm inte kontinuitetskorrektion)
25. $n = 961$
26. 0,951
27. 0,0502
28. 0,0548
29. 510