

Grundkursen i sannolikhetslära 23.05.96

Lös högst fem av följande problem:

1. Vid rysk roulette väljer spelarna på måfå en av flera revolverar, ställer på måfå in magasinet och avfyrar ett skott mot pannan. Om man vid ett tillfälle använder tre revolverar med sex platser i magasinen och med ett, två respektive tre skarpa skott, vad är sannolikheten att den första spelaren överlever?
2. Man gör sex oberoende kast med två symmetriska tärningar. Beräkna sannolikheten att man åtminstone två gånger slår summan sju.
3. (Poissonfördelning.) Till ett färjställe anländer i genomsnitt 30 bilar i timmen. Färjan går med en period av tio minuter, dvs det är tio minuter mellan det ögonblick den lämnar färjstället till dess den är tillbaka och skall avgå på nytt. Färjan tar sex bilar. a) Om ingen bil väntar på färjstället, då färjan lämnar det, vad är sannolikheten att färjan nästa gång skall gå tom från färjstället? b) Om fyra bilar väntar, då färjan lämnar färjstället, vad är sannolikheten att färjan inte skall kunna ta alla väntande vilar, när den återvänder?
4. Ett tärningsspel tillgår så att två personer turas om att kasta med en symmetrisk tärning till dess någon av dem i ett kast får minst värdet fem, och därigenom vinner. Bestäm sannolikheten att den som börjar kasta vinner.
5. Den stokastiska variabeln ξ har frekvensfunktionen f given av $f(x) = \frac{2}{a^2}(a - x)$ för $0 \leq x \leq a$, där a är en positiv konstant, samt $f(x) = 0$ för övriga x . a) Bestäm fördelningsfunktionen $F(x)$. b) Beräkna väntevärdet $E(\xi)$ och variansen $V(\xi)$. c) För $a = 2$, beräkna sannolikheten $P(\frac{1}{2} \leq \xi \leq 1)$.
6. I ett belysningsnät används 550 glödlampor vilkas livslängd i timmar antas vara normalfördelad med $\mu = 1500$ och $\sigma = 75$. I stället för att byta ut en lampa så fort den gått sönder, besluter man att byta ut alla lampor mot nya vid regelbundet återkommande tillfällen. Hur ofta bör detta ske, om man räknar med att ca 50 lampor skall ha slocknat vid bytet?