

## Grundkursen i sannolikhetslära 05.05.97

Lös högst fem av följande problem:

1. En bilhandlare har femton bilar i lager. Av dessa är fem felfria och de övriga har mindre felaktigheter. Man väljer på måfå fyra bilar ur lagret. Låt  $\xi$  vara antalet härvid erhållna felfria bilar. Bestäm frekvensfunktionen för  $\xi$ . Vilket är väntevärdet för  $\xi$ ?
2. Människorna håller på att erövra planeten Zork genom att anta zorkiternas skepnad. Zorkiterna vet att en invånare på 10.000 egentligen är människa. För att rädda sin planet från ett grymt öde inför zorkiterna obligatoriska människotester. Testet har tyvärr sina brister: sannolikheten är 0.01 att en zorkits testresultat visar människa, och likaså 0.01 att en människas testresultat visar zorkit. Hur stor är sannolikheten att en varelse med testresultatet människa faktiskt är en människa?
3. Längden i cm av ett ägg antas ha frekvensfunktionen

$$f(x) = a(x - 3)(5 - x), x \in (3, 5).$$

Bestäm  $a$  samt beräkna sannolikheten att av fyra ägg åtminstone ett är längre än 3.5 cm. Att de olika äggen är längre än 3.5 cm antas vara oberoende händelser.

4. (Poissonfördelning) Hur många russin skall man beräkna per bulle i en deg för att varje bulle med minst sannolikheten 0.95 skall innehålla minst ett russin?
5. Man planterar 500 frön av typ  $A$  och 500 frön av typ  $B$ . Sannolikheten för att fröna skall gro och ge upphov till plantor är för typ  $A$  0.46 och för typ  $B$  0.52. Vad är sannolikheten att man får fler plantor av typ  $A$  än typ  $B$ ?
6. Bevisa att

$$\sum_{k=0}^n \binom{N}{k} \binom{M}{n-k} = \binom{N+M}{n},$$

där  $n, N$  och  $M$  är positiva heltal sådana att  $n \leq \min(N, M)$ .