

## Grundkursen i sannolikhetslära 04.04.97

Lös högst fem av följande problem:

1. Den regerande drottningen i ett kungahus med osäker framtid fattar beslutet att dela ut en del av kronjuvelerna till sin familj. Det finns totalt 32 kronjuveler hon kan välja bland. Hon bestämmer sig för att hennes fyra barn ska få 2, 3, 4 respektive 5 juveler. På hur många sätt kan den här utdelningen ske? (Du behöver inte ge svaret numeriskt.)
2. Tre matematiker vid en viss institution, kallade  $A$ ,  $B$  och  $C$ , svarar för 50%, 30% respektive 20% av institutionens totala teoremproduktion. En längre tids erfarenhet har gett vid handen att 3% av  $A$ 's, 4% av  $B$ 's och 5% av  $C$ 's teorem är behäftade med värre fel, dvs de är helt enkelt falska. Ett teorem från den här institutionen väljs slumpmässigt för representation vid den internationella teorem-mässan i Paris. Framkommet i Paris visade sig teoremet vara falskt. Vilken är sannolikheten att det härrör från  $C$ 's produktion?
3. En stokastisk variabel  $\xi$  har frekvensfunktionen  $f(x) = cx^3$  för  $0 \leq x \leq 1$ ,  $f(x) = 0$  för övriga  $x$ . Bestäm konstanten  $c$ . Beräkna sedan sannolikheten för att  $\xi$  antar ett värde  $> 0.5$ .
4. Antalet stjärnfall per timme betraktas som en Poisson-fördelad stokastisk variabel. Antag att det i april i genomsnitt förekommer tre stjärnfall per timme. Vilken är sannolikheten för att ett tjugominuter långt studium av aprilhimlen i belöning ger minst ett stjärnfall?
5. Välj slumpmässigt siffra (0, 1, 2,...9) 10.000 gånger. Ange den exakta sannolikheten att trean blir vald högst 950 gånger. Tag sedan fram ett närmevärde för den här sannolikheten genom att nyttja approximation med normalfördelningen (de Moivre-Laplace).
6. Definiera väntevärdet  $E(\xi)$  och variansen  $V(\xi)$  för en diskret fördelad stokastisk variabel  $\xi$ . Härled formeln

$$V(\xi) = E(\xi^2) - E^2(\xi)$$