

### Demonstrationer i flerdimensionell analys, vecka 3

1. Visa att
  - a) Om  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  är vektorer i  $\mathbf{R}^n$  så gäller:  $|\mathbf{u} + \mathbf{v}|^2 + |\mathbf{u} - \mathbf{v}|^2 = 2(|\mathbf{u}|^2 + |\mathbf{v}|^2)$
  - b) Om  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  är vektorer i  $\mathbf{R}^3$  så gäller:  $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times (\mathbf{u} - \mathbf{v}) = 2\mathbf{v} \times \mathbf{u}$
2. (Petermann 1.1 s. 6) Åskådliggör funktionerna:
  - a)  $z = 1 - x - y$ ,
  - b)  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ ,som funktionsgrafer och som nivåkurvor.
3. (Petermann 1.4 s. 6) Vilken form får kvadraten  $0 \leq u \leq 1$ ,  $0 \leq v \leq 1$ , i  $uv$ -planet efter deformationen
  - a)  $x = u + 2v$  och  $y = u - v$ ,
  - b)  $x = u$  och  $y = u^2 + v$ .(Ledning: Lägg in ett axelparallellt rutnät ( $u = \text{konstant}$ ,  $v = \text{konstant}$ ) i kvadraten och ta reda på vad det blir av dessa linjer efter deformationen.)
4. (Petermann 1.5 s. 6) Vilken form får cirkeln  $u^2 + v^2 \leq 1$  i  $uv$ -planet efter deformationen
  - a)  $x = u$ ,  $y = v$  och  $z = 1 - u - v$ .
  - b)  $x = u$ ,  $y = v$  och  $z = \sqrt{1 - u^2 - v^2}$ .
5. Funktionskurvan  $z = f(x) = |x + 1| + |x - 1|$  roterar kring  $z$ -axeln. Bestäm ekvationen för den därvid alstrade funktionsytan  $z = g(x, y)$ . Skissera ytan.