

Demonstrationer i flerdimensionell analys, vecka 15

1. Beräkna

$$I = \iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy,$$

där D är det område som begränsas av parabeln $y = x^2$, x -axeln samt linjerna $x = 1$ och $x = 2$.

2. Räkna ut

$$I = \iint_D \ln \left(\frac{x+y}{x-y} \right) dx dy,$$

där D är det område som begränsas av linjerna $x + y = 1$, $x + y = 2$, $x - y = 1$ och $x - y = 2$.

3. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av ytan $z = 1 - 2x^2 - |y|$ och xy -planet. (Ledning: Bestäm ett område D att integrera över i xy -planet genom att lösa ekvationen $z = 0$).

4. Räkna ut dubbelintegralen

$$I = \iint_D x^3 y^3 dx dy$$

över området $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq y \geq 0\}$.

5. Beräkna $I = \iint_D (x^4 - y^4) dx dy$, där D är området i första kvadranten som begränsas av kurvorna $x^2 - y^2 = 1$, $x^2 - y^2 = 2$, $xy = 1$ och $xy = 3$, genom att göra substitutionen $u = x^2 - y^2$, $v = xy$. Denna substitution ger en omvändbar avbildning av ett område D' i uv -planet på D i xy -planet, (detta behöver inte visas), bestäm D' och beräkna I med variabelbytet.

6. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av planet $z = 0$ och ytorna $z = \sqrt{2xy}$ och $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$.