

## BAYESIANSK STATISTIK

### DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 3.5.2012

1. Låt  $y_1, y_2, \dots, y_n$  vara ett slumpmässigt stickprov från en stokastisk variabel  $Y$  med tätheten

$$f_Y(y|\theta) = \begin{cases} 2\theta y e^{-\theta y^2}, & y > 0 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

givet parametern  $\theta$ . Bestäm Jeffreys' information och den korresponderande a-prioritätheten.

2. Fortsättning till uppgift 1: bestäm a-posteriori-fördelning motsvarande Jeffreys' a-prioritätheten samt Bayes skattningen, dvs.

$$E(\Theta | Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, \dots, Y_n = y_n).$$

3. Fortsättning till uppgifterna 1 och 2: bestäm konjugatfördelning för  $Y$ .

4. Vi har mätt tjockleken på ett isoleringslager i 8 slumpmässigt valda punkter och erhållit värdena (enheten mm)

2.1 2.5 1.8 1.9 2.8 1.8 2.3 2.0

som antas vara ett stickprov från en stokastisk variabel  $Y$  som är  $N(\mu, \sigma^2)$ -fördelad givet väntevärdet  $\Theta_1 = \mu$  och variansen  $\Theta_2 = \sigma^2$ ,  $\mu$  och  $\sigma^2$  är okända. Som a-priori-information antag att  $\Theta_1$  och  $\Theta_2$  är oberoende,  $f_{\Theta_1}(\mu) \propto 1$ ,  $f_{\Theta_2}(\sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2}$ . Bestäm marginella a-posteriori-fördelningar för  $\Theta_1$  och  $\Theta_2$  givet observationer.

5. Fortsättning till uppgift 4: bestäm Bayes skattningar för  $\Theta_1$  och  $\Theta_2$  givet observationer (dvs. a-posteriori-väntevärden) samt a-posteriori-varianser.