

Approximationsteori. Hemuppgifter 4

1. Låt $T_n(x)$ vara Tjebysjevpolynomen i intervallet $[-1,1]$.
 - a) Bestäm polynomen $T_i(x)$, $i = 2, \dots, 6$, samt framställ dem grafiskt i intervallet $[-1,1]$.
 - b) Bevisa satsen om extrempunkter för $T_{n+1}(x)$. Satsen är formulerad nere på sida 62 i föreläsningssanteckningarna.
2. Låt $f \in C[0,4]$ och antag att man känner till d^* sådant att

$$d^* = \min_{p \in P_2} \|f - p\|_\infty,$$

där P_2 är mängden av alla andragradspolynom. Antag att funktionsvärdena $f(0)$, $f(2)$ och $f(4)$ kan uppmätas med ett fel som till beloppet är högst ε i varje punkt. Låt $\tilde{p}_2$ vara interpolationspolynomet av gradtal ≤ 2 genom mätvärdena. Ange en övre gräns för mätfelet ε , där ε enbart beror av d^* , så att $\|f - \tilde{p}_2\|_\infty < 3d^*$.

3. Betrakta funktionen $f(x) = |x|$ i intervallet $[-1,1]$. Undersök numeriskt med Lagranges interpolationsformel hur stort L_∞ felet för felfunktionen blir med växande gradtal vid
 - a) ekvidistant interpolation,
 - b) Tjebysjevinterpolation.Illustrera undersökningarna grafiskt och använd Lagranges interpolationsoperator för att tolka resultatet.