

Approximationsteori. Hemuppgifter 13

1. Givet nedanstående data:
 $f(0) = -0.112178$, $f(\pi) = -0.321412$, $f(\frac{\pi}{4}) = 1.079659$,
 $f(\frac{5\pi}{4}) = -0.528113$, $f(\frac{\pi}{2}) = 2.172667$, $f(\frac{3\pi}{2}) = -0.562326$,
 $f(\frac{3\pi}{4}) = 0.376607$, $f(\frac{7\pi}{4}) = -0.466261$.
 - a) Interpolera datat med hjälp av kvadratiske B-ri-funktioner. Illustrera resultatet grafiskt.
 - b) Ändra den tredje datapunkten till $f(\frac{\pi}{2}) = 1.9$ och jämför grafiskt den så erhållna kvadratiske ri-funktionen med den som erhöles i fallet a). Vad kan man säga om metodens känslighet för fel i mätdata?
2. Betrakta funktionen $f(x) = \pi$, $0 \leq x < \pi$, $f(\pi) = \pi/2$, $f(x) = x - \pi$, $\pi < x \leq 2\pi$.
Approximera f på intervallet $[0, 2\pi]$ med en kvadratisk ri-funktion med hjälp av Schoenberg's process.
3. Bestäm det explicita uttrycket för $B_i^2(x)$ och verifiera med hjälp av uttrycket att $B_i^2(x)$ är en kvadratisk ri-funktion.
4. Härled en formel för:
 - a) $\frac{d^2}{dx^2} B_i^k(x)$, $k \geq 2$,
 - b) $\frac{d^2}{dx^2} \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i B_i^k(x)$, $k \geq 2$.