

Approximationsteori. Hemuppgifter 11

1. Använd Matlabs snabba Fourier transform (FFT) för att anpassa ett trigonometriskt polynom av gradtal 3 till följande data:
 $f(0) = -0.112178$, $f(\pi) = -0.321412$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.079659$,
 $f\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -0.528113$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.172667$, $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -0.562326$,
 $f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0.376607$, $f\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -0.466261$.
Framställ datapunkterna och approximationen grafiskt.
2. Illustrera numeriskt Gibbs fenomen genom att approximera funktionen $f(x) = \pi$, $0 \leq x < \pi$, $f(\pi) = \pi/2$, $f(x) = x - \pi$, $\pi < x \leq 2\pi$, med trigonometriska polynom av gradtal 5, 10, 20 och 150. Använd Matlabs snabba Fourier transform och framställ resultatet i fyra grafer.
3. a) Anpassa en kvadratisk ri-funktion till datat i uppgift 1. så att knutpunkterna sammanfaller med abskissorna för datapunkterna. Illustrera resultatet grafiskt.
b) Ändra den tredje datapunkten till $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.9$ och jämför grafiskt den så erhållna kvadratiska ri-funktionen med den som erhölls i fallet a). Vad kan man säga om metodens känslighet för fel i mätdata?
4. Antag att knutpunkterna ξ_1, \dots, ξ_8 ges av $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}$. Mätvärden är givna som följer:
 $f(0) = -0.112178$, $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1.079659$, $f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 2.172667$,
 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right) = 0.376607$, $f\left(\frac{7\pi}{8}\right) = -0.321412$, $f\left(\frac{9\pi}{8}\right) = -0.528113$,
 $f\left(\frac{11\pi}{8}\right) = -0.562326$, $f\left(\frac{13\pi}{8}\right) = -0.466261$, $f\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -0.4$.
a) Anpassa Subbotins kvadratiska ri-funktion till datat. Illustrera resultatet grafiskt.
b) Ändra den tredje datapunkten till $f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 1.9$ och jämför grafiskt den så erhållna Subbotins kvadratiska ri-funktion med den som erhölls i fallet a). Vad kan man säga om metodens känslighet för fel i mätdata?