

Elementär gruppteori, hemuppgifter till torsdag vecka 40

1. Bestäm permutationerna R^k och $R^k \circ S_p$ för $k = 0, 1, 2$, i diedergruppen $D_5 \subset S_5$ genom att studera symmetrierna hos en regelbunden femhörning vid rotationer och speglingar som avbildar femhörningen på sig själv.
2. Ange ordningen för varje element i $\langle Z_{12}, +_{12} \rangle$. Vilka element kan väljas som generator för hela gruppen?
3. Bestäm vänstersidoklasserna till undergruppen $H = \langle 3 \rangle$ till Z_6 .
4. I en grupp G har alla element utom det neutrala ordningen 3. Visa att $(ba)^2 = a^2b^2$ för alla $a, b \in G$.
5. Visa att om G är Abelsk och H undergrupp till G , så sammanfaller vänster- och högersidoklasserna till H .
6. Är $\mathbf{Z}_9$ isomorf med en undergrupp till S_4 ?
7. Antag att a och b är element i en grupp G av ordning 8 med neutralt element e . Visa att om $a^3b = ba^2$ så är $a = e$. (Ledning: visa att om $a \neq e$, så leder ekvationen $a^3b = ba^2$ till en motsägelse).