Jensens olikhet.

Låt $h(\cdot)$ vara en konvex funktion inom mängden av reella tal och Y en stokastisk variabel som uppfyller villkoret $EY < \infty$. För konvexa funktioner gäller det att grafen av $h(\cdot)$ är alltid lokaliserad ovanför tangenten $l(\cdot)$ av $h(\cdot)$, dvs.

$$\forall y \in \mathbb{R}, l(\cdot) \leq h(\cdot), \tag{1}$$

Vi betraktar punkten EY. Enligt definitionen av tangenten gäller följande likhet

$$h(EY) = l(EY),$$

varav

$$l(EY) = El(Y),$$

följer p.g.a. väntevärdets linjäritet. Enligt definitionen av väntevärdet har vi

$$\begin{aligned} El(Y) &= \int_{-\infty}^{\infty} l(y) f_Y(y) dy \\ Eh(Y) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(y) f_Y(y) dy, \end{aligned}$$

därmed erhålls från olikheten (1) att $El(Y) \leq Eh(Y)$. Till sist kan vi alltså formulera Jensens olikhet

$$h(EY) = l(EY) = El(Y) \leq Eh(Y). \tag{2}$$