STATISTISK INFERENS 1
DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 23.4.2010

1. Låt 11.7 13.6 22.0 3.5 19.1 7.0 ett slumpmässigt stickprov av Exp(λ)-fördelningen. Bestäm punktskattningen till λ med hjälp av

(a) maximum likelihood (ML)-metoden

(b) momentmetoden.

2. Antalet fartyg som under ett tidsintervall av längden t (enhet: minut) passerar Helsingborg på väg söderut genom Öresund anses vara Poisson(λt)-fördelat. Antalet fartyg i skilda intervall anses oberoende. En person vill uppskatta λ och räknar under tre olika tidsintervall antalet passerande fartyg: 10, 12 och 18, då de respektive tidsintervallen var 30, 30 och 40 minuter. Ange ML-skattningen av λ.

3. Ange momentskattningen av λ i uppgift 2.

4. (a) Låt $f(y;\theta) = \theta/y^{\theta+1}$, då $y>1$, och $f(y;\theta) = 0$ annars. Visa att f är täthetsfunktion för en kontinuerlig fördelning, då $\theta>0$ är en parameter.

(b) Antag att $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ är oberoende stokastiska variabler med $f(y;\theta)$ i (a) som täthetsfunktion. Ange den simultana täthetsfunktionen $f(y_1, y_2, \ldots, y_n;\theta)$ för $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$, loglikelihood-funktionen $l(\theta)$ och bestäm ML-skattningen för θ givet observationer $y_1, y_2, \ldots, y_n$.

5. Vi betraktar ett stort parti champinjoner, som är packade i påsar som väger ca. 1 kg. Vi antar att vikten av påsen är $N(\mu,\sigma^2)$ - fördelad, μ och σ^2 är okända parametrar. Man väljer slumpmässigt 10 påsar som vägas med följande resultat (enhet: g):

950 1030 980 990 1020 980 1010 1010 960 1000.

Bestäm ML-skattningar av medelvärdet μ och variansen σ^2.