

Hemuppgifter till fredagen den 16 september
Exercises to Friday, September 16

Övningsuppgifterna lämnas in senast **onsdagen 14.9.** till David Stenlund, per e-post `dstenlun@abo.fi` eller i pappersform till mig, för bedömning. Genomgås på klass fredagen den 16 september. **Övningarna kan sammanlagt ge maximalt 5 bonuspoäng för slutförhåret.**

The exercises are to be sent to David Stenlund by e-mail to `dstenlun@abo.fi` or on paper to me. Deadline: **Wednesday, September 14.** Problems will be reviewed on Friday, September 16. **We will correct them and credit you with up to a maximum total of 5 bonus points for the final examination.**

1. - 2. De två övningarna om Lights associativitetstest (se anteckningarna)

The two exercises on Light's Associativity Test (see Notes)

3. Bevisa att $(\mathbf{Z}, +)$ saknar egentliga ideal, dvs. det enda idealet är hela semigruppen.

Prove that $(\mathbf{Z}, +)$ has no proper ideals, i. e., the only ideal is the whole semigroup.

4. Låt a vara ett givet element i semigruppen S . Bevisa att $\langle a \rangle$ är den minimala undersemigruppen som innehåller a .

Let a be a given element in a semigroup S . Prove that $\langle a \rangle$ is the minimal subsemigroup containing a .

5. Låt X vara mängden $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Låt $S = T_X$ med $\circ$ som semigruppoperation. Konstruera funktioner $f, g, h \dots \in S$ som uppfyller

(a) $|\text{Range}(f)| = 5$ (dvs. en bijektion)

(b) $|\text{Range}(g)| = 3$

(c) $|\text{Range}(h)| = 1$ (en *konstant* funktion)

(d) Bestäm $h \circ g, h \circ f, g \circ h, f \circ h$.

(e) Är *mängden funktioner f med $|\text{Range}(f)| \leq 3$* ett ideal?

Take $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Let $S = T_X$ with $\circ$ as semigroup operation. Construct functions $f, g, h \dots \in S$ satisfying

- (a) $|\text{Range}(f)| = 5$ (i. e., a bijection)
- (b) $|\text{Range}(g)| = 3$
- (c) $|\text{Range}(h)| = 1$ (a *constant* function)
- (d) Determine $h \circ g, h \circ f, g \circ h, f \circ h$.
- (e) Is *the set of functions f with $|\text{Range}(f)| \leq 3$* an ideal?