

Demonstrationsuppgifter i Propedeutisk Matematik II, vecka 9/2008

1. Är integralen

$$\int_0^\infty e^{-x} |\sin x| dx$$

konvergent?

(Ledning: Frågeställningen lyder inte: "Bestäm integralen...".)

2. Beräkna integralen

a)

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$$

m.hj.a. substitutionen $x = e^t$ och

b)

$$\int_0^5 \sqrt{25 - x^2} dx$$

m.hj.a. en lämplig substitution. Kontrollera ditt svar i b) genom att beräkna integralen geometriskt.

3. Beräkna integralen

$$\int_3^4 \frac{5x - 8}{x^2 - 3x + 2} dx$$

genom att upp dela i partialbråk.

4. Beräkna

$$f(a) = \int_a^{a+1} \frac{dx}{x^2 - x}$$

och bestäm $\lim_{a \rightarrow \infty} f(a)$.

(*Ledning:* Partialbråksuppdelning.)

5. Beräkna med partiell integration

$$a) \quad \int_1^2 \sqrt{x} \ln x dx \quad \text{och} \quad b) \quad \int x e^{3x} dx.$$

6. Visa att

$$\int \ln |x| dx = x \ln |x| - x + C$$

m.hj.a. partiell integration.