

Demonstrationsuppgifter i Propedeutisk Matematik II, vecka 18/2008

1. En stokastisk variabel $\underline{x}$ antar värdena 1, 2 och 3 med sannolikheterna c , $2c$ respektive $4c^2$. Bestäm c samt väntevärde och standardavvikelse för $\underline{x}$.
2. En viss typ av konserverburkar påstås innehålla minst 250 g. Innehållet antas vara en stokastisk variabel, $\underline{x} \sim N(255, 2.5)$. Vad är sannolikheten att en slumpmässigt vald konserverburk
 - a) har ett innehåll som väger mellan 250 och 260 g
 - b) inte uppnår viktgränsen 250 g?
3. Vid en kontroll på ett vägavsnitt där hastighetsbegränsningen är 90 km/h var hastigheternas medelvärde 85,2 km/h och standardavvikelsen 8,0 km/h. Hur många procent av bilarna
 - a) körde med överhastighet
 - b) körde minst 100 km/h,då hastigheterna kan betraktas som normalfördelade?
4. Låt $\underline{x} \sim N(0, 1)$. Bestäm a så att $P(|x| \leq a) = 0.910$.
5. Visa att talföljden $a_n = \frac{2n+1}{n+1}$ är växande.
6. Bestäm det allmänna elementet a_n för följande geometriska talföljder
 - a) $10, 2, \frac{2}{5}, \frac{2}{25}, \dots$
 - b) $0.1, 0.11, 0.121, 0.1331, \dots$
 - c) $1000, 900, 810, 729, \dots$Bestäm gränsvärdet för de talföljder av dessa som konvergerar. Bestäm ett närmevärde för element 100, för alla tre talföljder.
7. Skriv ut de sju första elementen för talföljden som ges av följande regel:
 $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ och $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$, då $n > 3$.
8. Bestäm summan för den geometriska serien

$$S = \sum_{i=0}^{\infty} a_1 q^i,$$

där seriens termer är samma som talföljdens element i uppgift 6c).

9. För vilka värden på x konvergerar serien

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(x^n + \left(\frac{x}{2} \right)^n \right)$$

och vilken är då seriens summa?