

Demonstrationsuppgifter i Propedeutisk Matematik II, vecka 13/2008

1. Förenkla följande (dvs. skriv på formen $a + ib$)

a)

$$(3 + 4i)(2 - 2i)$$

b)

$$(1 - i\sqrt{2})^2$$

c)

$$i(1 - i)(3 - i)$$

2. Bestäm de reella talen x och y så, att de komplexa talen z_1 och z_2 är lika, då $z_1 = \sin 2x + i \cos 3y$ och $z_2 = 1/2 + i\sqrt{3}/2$.

3. För vilka värden på z antar uttrycket $z\bar{z} + 2z + 3\bar{z} + i$ ett reellt värde? När får uttrycket det speciella värdet 1 ?

4. Bestäm $Re(z)$ och $Im(z)$, då

$$z = \left(\frac{1 - 2i}{2 + i} \right)^2.$$

(Ledning: Städa upp först.)

5. Visa att följande gäller,

a)

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

b)

$$\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$$

6. Var i det komplexa talplanet gäller följande villkor?

a) $z + \bar{z} = 2$

b) $z = \bar{z} - 4i$

c) $z\bar{z} = 1$

(Ledning: Ansätt $z = a + ib$ och lös ekvationerna.)

7. Bestäm värdet på a så att för $z_1 = (a + 1) + 2i$ och $z_2 = 2 - 2\sqrt{a}i$ gäller att z_1 och z_2 har samma absolutbelopp.