

Delförelse II i Propedeutisk Matematik I, 20.11.2001

Hjälpmiddel är papper, penna, kalkylator och MAOLs tabellsamling. Grafiska kalkylatorer förbjudna. 6 poäng per uppgift, max 30 poäng. Motivera svaren väl och lycka till!

1. Lös ekvationen

$$\cos(3x + \pi) + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

2. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - (1-x)^2}{x^2 - x}$$

b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$$

3. Bestäm konstanterna a och b så att

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x^3 & , \text{ för } x \geq 1 \\ bx - a & , \text{ för } x < 1 \end{cases}$$

är deriverbar överallt.

4. Visa att derivatan till funktionen

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \cos x$$

har åtminstone ett nollställe i intervallet $]0, 3[$

5. Bestäm det största och det minsta värde funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & , \text{ för } x < 1 \\ x^2 - 3x + 2 & , \text{ för } x \geq 1 \end{cases}$$

antar i intervallet $[0, 3]$. Motivera svaret!