2. Löser ekv. $x_1 a_1 + x_2 a_2 + x_3 a_3 = \underbrace{(-5\ \ 0\ \ 0)^T}_{b}$

$$(a_1\ \ a_2\ \ a_3 \mid b) = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & -5 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{BO1+}]{\text{BO2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{BO1}-} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc|c} & & F & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \\ \begin{array}{ccc|c} & & s & \end{array} \end{array}$$

∴ a_1, a_2, a_3 linjärt beroende (1 fri variabel)

$$\begin{cases} x_1 = 5 + s \\ x_2 = -5 - 2s \\ x_3 = s \end{cases}$$

Finns oändligt många lösningar.

∴ b kan skrivas på oändligt många sätt som en linjärkomb. av a_1, a_2, a_3

4. Betr. t. ex. matriserna $J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22}$

$$c_{11} J_{11} + \dots + c_{22} J_{22} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow c_{11} = c_{12} = c_{21} = c_{22} = 0$$

∴ Linjärt oberoende

$\operatorname{span}\{J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22}\} = E = \{2 \times 2\text{-matriser}\}$:

Tag $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in E$ godtyckligt.

Då är

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \cdot J_{11} + b \cdot J_{12} + c \cdot J_{21} + d \cdot J_{22}$$

∴ $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \operatorname{span}\{J_{11}, \dots, J_{22}\}$

∴ $\{J_{11}, \dots, J_{22}\}$ bas i E $(\dim E = 4)$