

$$2. b) \quad x A = x \stackrel{\text{Transp.}}{\Leftrightarrow} A^T x^T = x^T \Leftrightarrow (A^T - I) x^T = 0,$$

$$\text{där } x^T = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix},$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Räkneschema:

$$A^T - I = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{R01+}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Sätter: $x_2 = s, x_3 = t, s, t \in \mathbb{R}.$

$$\begin{cases} x_1 = -s - t \\ x_2 = s \\ x_3 = t \end{cases}$$

(m): $(x_1, x_2, x_3) = (-s - t, s, t), s, t \in \mathbb{R}.$

3.

Antag att A m/n -matris, x, y - kolonnvektorer.
 A y def. $\Rightarrow n = p$, dvs. y $n/1$ -matris,
 A x " " \Rightarrow " " " " x " " " "

$A^T = A \Rightarrow m = n.$

∴ $\begin{cases} x^T A y \\ y^T A x \end{cases}$ är en $1/1$ -matris

Klart att $M^T = M$ för varje $1/1$ -matris $M.$

∴ $x^T A y = (x^T A y)^T = y^T A^T (x^T)^T = y^T A x.$