2) För vilka värden på a saknar

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$ en diagonalisering?

$$\det(A - \lambda \cdot I) = 0 \iff \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 0_{+} & 0_{-} & a-\lambda_{+} \end{vmatrix} = 0$$

$$\iff (a-\lambda) \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\iff (a-\lambda)\left((1-\lambda)^2 - 1\right) = 0 \iff \lambda = \begin{cases} 0, \\ 2, \\ a \end{cases}$$

Om $a \notin \{0,2\}$ är A diagonaliserbar (3 olika egenvärden)

1°) $a = 0$.

$$\lambda = 0: \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{array}{ccc} & F & F \\ \left(\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right. & \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \left.\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right) \\ & s & t \end{array}, \quad \begin{cases} x_1 = -s-t \\ x_2 = s \\ x_3 = t \end{cases}, \quad X = s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\therefore$ $\dim V(0) = 2$ och $\dim V(2) = 1$.

$\therefore$ Hitta 3 linj. oberor. egenvektorer

$\therefore$ A diagonaliserbar

2°) $a = 2$.

$$\lambda = 2: \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[B_{01}]{B_{02}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{array}{ccc} \left(\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right. & \begin{matrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \left.\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}\right) \\ & s & \end{array}$$

$\therefore$ $\dim V(2) = 1$

$\therefore$ $\dim V(2) + \dim V(0) = 2 < 3$

Hittar inte 3 linjärt oberoende egenvektorer.

Svar: A saknar diagonalisering om $a = 2$.