

Linjär Algebra, Hemuppgifter 5

För att få poäng bör hemuppgifterna inlämnas senast onsdagen den 12.3.2014.
Lösningarna skall vara ordentligt skrivna och välmotiverade.

1. Visa att

$$\left(\sum_{j=1}^n a_j b_j\right)^2 \leq \left(\sum_{j=1}^n j a_j^2\right) \left(\sum_{j=1}^n b_j/j\right)$$

för reella tal $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$.

2. Antag att $V = U \oplus W$ och att $T \in L(V)$. Visa att både U och W är invarianta under T om och endast om $TP_{U,W} = P_{U,W}T$.

3. Låt V vara ett komplext inre produktrum. Visa att

$$\langle x, y \rangle = \frac{1}{4}(\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 + i\|x + iy\|^2 - i\|x - iy\|^2)$$

för all $x, y \in V$.

4. I \mathbb{R}^4 låt $U = \{(1, 1, 0, 0), (1, 1, 1, 2)\}$. Bestäm $v \in U$, så att $\|v - (1, 2, 3, 4)\|$ är så liten som möjligt.