

# Linjär algebra

av

Christer Glader

# Innehållsförteckning

<b>1</b>	<b>Vektorrum</b>	<b>1</b>
	Underrum . . . . .	2
	Summor och direkta summor av underrum . . . . .	3
	Linjärt oberoende . . . . .	5
	Linjära höljet . . . . .	5
	Baser . . . . .	8
	Dimension . . . . .	10
	Appendix A . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Linjära avbildningar</b>	<b>13</b>
	Vektorrummet $\mathcal{L}(V, W)$ . . . . .	13
	Produkter av linjära avbildningar . . . . .	14
	Nollrum och värderum . . . . .	14
	Matrisframställning av linjära avbildningar . . . . .	17
	Inverterbarhet . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Tabellerade fakta om komplexa tal och polynom</b>	<b>23</b>
	Komplexa tal . . . . .	23
	Polynom . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Egenvärden och egenvektorer för linjära operatorer</b>	<b>26</b>
	Invarianta underrum . . . . .	26
	Egenvärden och egenvektorer . . . . .	27
	Operatorpolynom . . . . .	29
	Uppåt triangulära matriser . . . . .	30
	Invarianta underrum på reella vektorrum . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Vektorrum med skalär produkt</b>	<b>35</b>
	Skalära produkter . . . . .	35
	Normer . . . . .	37
	Ortonormerade baser . . . . .	39
	Ortogonal projektioner . . . . .	42
<b>6</b>	<b>Operatorer på vektorrum med skalär produkt</b>	<b>45</b>
	Linjära funktionaler och adjungerade avbildningar . . . . .	45
	Självajungerade operatorer . . . . .	48
	Normala operatorer . . . . .	49
	Spektralsatsen . . . . .	51
	Normala operatorer på reella vektorrum med skalär produkt . . . . .	56
	Positiva operatorer . . . . .	61

Isometri . . . . .	63
Polära uppdelningen . . . . .	66
Singulärvärdesuppdelningen . . . . .	68
Appendix B . . . . .	71

# Förord

Föreliggande kompendium är en sammanfattning av föreläsningsanteckningar i kursen linjär algebra, en kurs inom fördjupade studier i matematik vid Åbo Akademi. Kursen behandlar främst ändligtdimensionella vektorrum och operatorer, rum med skalär produkt, ortogonala, självadjungerade, normala och positiva operatorer, egenvärden och spektralteorem, diagonalisering, polär uppdelning, singularvärdesuppdelning och Jordans kanoniska form för matriser. Inga anspråk på originalitet görs. Materialet är sammanställt ur ett flertal böcker med tonvikt på kursboken av Sheldon Axler: *Linear algebra done right*, (2 uppl.), Springer Verlag, 1997.

Åbo, i december 2010

Christer Glader