

Grundkursen i sannolikhetslära 06.09.96, förslag till lösningar

1. Svaret är 4·(Sannolikheten att han får 13 spader), dvs. $\frac{4 \cdot \binom{13}{13} \binom{39}{0}}{\binom{52}{13}} = \frac{4}{\binom{52}{13}} = \frac{4 \cdot 13! \cdot 39!}{52!}$

2. Sätt ξ = antalet brev som den 6 september inkommer med ofullständig adress.

$$\xi \sim Po(\lambda), \lambda = \frac{600}{365}$$

$$f_{\xi}(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}, n = 0, 1, 2, \dots$$

$$P(\xi \geq 1) = 1 - P(\xi = 0) = 1 - f_{\xi}(0) = 1 - e^{-\frac{600}{365}}$$

3. Människa betecknas M , zorkit Z . Testet visar M , beteckas T_M , testet visar Z betecknas T_Z .

$$P(M|T_M) = \frac{P(M \cap T_M)}{P(T_M)} = \frac{P(M) \cdot P(T_M|M)}{[P(M) \cdot P(T_M|M) + P(Z) \cdot P(T_M|Z)]}$$

$$\text{Insättes } P(M) = \frac{1}{10.000}, P(Z) = 1 - \frac{1}{10.000}, P(T_M|M) = 1 - P(T_Z|M)$$

$$= 1 - 0.01 = 0.99, P(T_M|Z) = 0.01, \text{ så fås}$$

$$P(M|T_M) = \frac{99}{99+9999} = 0.0098$$

4. Se satserna 6.12, 6.14! $f(1) = a, f(2) = 1 - a$.

a) $E(\xi) = 1 \cdot f(1) + 2 \cdot f(2) = 1 \cdot a + 2 \cdot (1 - a) = 2 - a$

$$E(\xi^2) = 1^2 \cdot f(1) + 2^2 \cdot f(2) = 1 \cdot a + 4 \cdot (1 - a) = 4 - 3a$$

$$V(\xi) = E(\xi^2) - E^2(\xi) = a - a^2$$

b) ξ_1, ξ_2 oberoende. $\xi_1 \equiv \xi, \xi_2 \equiv \xi$

$$E(\xi_1 + \xi_2) = E(\xi_1) + E(\xi_2) = 2 \cdot E(\xi) = 4 - 2a$$

$$V(\xi_1 + \xi_2) = \text{oberoende } V(\xi_1) + V(\xi_2) = 2 \cdot V(\xi) = 2a(1 - a)$$

5. Sätt $\eta = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_5$, där sv. $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_5$ är oberoende och

normalfördelade (19.5, 0.4). Då är η normalfördelad med $\mu = 5 \cdot 19.5 = 97.5$

och $\sigma^2 = 5 \cdot 0.4^2 = 0.8$. Vi får

$$P(\eta \geq 99) = 1 - P(\eta \leq 99) = 1 - \Phi\left(\frac{99-97.5}{0.4\sqrt{5}}\right) \stackrel{ca}{=} 1 - \Phi(1.68) \stackrel{ca}{=} 0.0465$$

6. Se kurskompendiet, sats 4.14a