Grundkursen i sannolikhetslära 03.05.01

Lös högst fem av följande problem:

1. Bestäm antalet bokstavsföljder man kan bilda av samtliga bokstäver i ordet

   FÖRDELNINGSFUNKTIONSTABELL.

   (Det räcker med en uppställning för slutsvaret. Du behöver inte ange numeriskt värde.)

2. Ett lotteri består av 100.000 lotter varav 100 utfaller med vinst. I en stad köps 1000 lotter. Ange uttryck för sannolikheten att exakt en vinst tillfaller staden genom att utnyttja a) hypergeometrisk fördelning b) binomialfördelning c) Poisson-fördelning.

3. En husfar klagar över att han blivit felexpedierad i sin livsmedelsbutik. Han har fått gröna ärter istället för gula. Affären har 3 expediter A, B och C för vilka sannolikheterna att expediera fel är 0.01, 0.02 respektive 0.03. En kund har sannolikheterna 0.4, 0.4 och 0.2 att bli betjänad av A, B och C, respektive. Beräkna sannolikheten att misstaget gjordes av C.

4. Den stokastiska variabeln ξ har frekvensfunktionen f given av $f(x) = \frac{2}{a^2}(a-x)$ för $0 \leq x \leq a$, där a är en positiv konstant, samt $f(x) = 0$ för övriga x. a) Bestäm fördelningsfunktionen $F(x)$. b) Beräkna väntevärdet $E(\xi)$ och variansen $V(\xi)$. c) För $a = 2$, beräkna sannolikheten $P(\frac{1}{2} \leq \xi \leq 1)$.

5. På en slö föreläsning sitter 100 uttråkade åhörare och gäspar oberoende av varandra. Antalet gäspningar är för varje åhörare Poissonfördelat med parametern $\lambda = 4$. Använd centrala gränsvärdessatsen för att uppskatta sannolikheten att totalantalet gäspningar i publiken (betecknas G) uppfyller villkoret $375 < G < 425$.

6. Låt ξ vara en stokastisk variabel med frekvensfunktionen $f(x), x \in \Omega_\xi = \{x_1, ..., x_k\}$.

   a) Definiera väntevärdet $E(\xi)$ och variansen $V(\xi)$ (2p).

   b) Visa att variansen för ξ ges av $E(\xi^2) - E^2(\xi)$ (4p).