

Grundkurs i analys II. 21.12.2005

1. Undersök om den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{x dx}{1+x^5}$$

är konvergent.

2. Beräkna den bestämda integralen

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 5}{x^2 - x - 6} dx.$$

3. Vilken är volymen hos den rotationskropp, som genereras då ytstycket mellan x -axeln, kurvan $y = \ln x$ och ordinatan $x = a$ roterar kring x -axeln?
 $a > 1$

4. Räkna ut gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\arctan x - x + x^3}.$$

5. Bestäm de primitiva funktioner som betecknas med

$$\int x^2 \sqrt{2-x^2} dx.$$

1. konvergent.

2. $1 + \frac{3}{5} \ln \frac{2}{3}$

3. $\pi (a (\ln a)^2 - 2a \ln a + 2a - 2)$

4. $1/2$

5. $\frac{1}{2} \left(\arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} x (1-x^2) \sqrt{2-x^2} \right) + C$

Grundkurs i analys II. 25.11.2004

1. Räkna ut

$$\int_0^1 (x+1) \ln x \, dx$$

med hjälp av partiell integration.

2. Räkna ut den bestämda integralen

$$\int_0^2 \sqrt{2x-x^2} \, dx.$$

3. Bestäm de primitiva funktionerna till

$$\frac{x^2 + 2x - 5}{x^2 + 3x + 2}$$

(4. Vilken är volymen och arean av den rotationskropp, som uppkommer då cirkelskivan $x^2 + y^2 - 2(x+y) + 1 \leq 1$ roterar kring den räta linjen $x + y + 1 = 0$?)

5. Undersök om serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{2^n - n}$$

är konvergent.

1. $-5/4$

2. $\pi/2$

3. $x - 6 \ln|x+1| + 5 \ln|x+2| + C$

(4. $A_{\text{rot}} = 12\pi^2$, $V_{\text{rot}} = 6\pi^2\sqrt{2}$)

5. konvergent

Grundkurs i analys II. 20.11.2003

1. Är den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{x + \arctan x}{1 + x^4} dx$$

konvergent?

2. Beräkna med hjälp av en substitution integralen

$$\int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx.$$

3. Bestäm alla primitiva funktioner till

$$\frac{x^3}{x^2 + 4x + 7}$$

4. Vilken area har den rotationsyta, som uppkommer då kurvan $y = x^2$ roterar kring y -axeln? Vilken volym begränsas av rotationsytan och planet $y = 1$?

5. Räkna ut gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^3 x + x^3 \cos x}$$

med hjälp av serieutvecklingar.

1. Konvergent

2. $2 - 2\sqrt{2} + 2 \ln(\sqrt{2} + 1)$

3. $\frac{1}{2}x^2 - 4x + \frac{9}{2} \ln(x^2 + 4x + 7) + \frac{10}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x+2}{\sqrt{3}} + C$

4. $A_{\text{rot}} = \infty$, $V_{\text{rot}} = \frac{4}{2}$

5. $\frac{1}{6}$

Grundkurs i analys II. 21.11.2002

1. Bestäm primitiverna till funktionen

$$\frac{x^2 + x}{x^2 + 2x + 3}$$

2. Räkna ut de bestämda integralerna

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin x}, \quad \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \, dx}{1 + \sin x}$$

3. Vilken volym har den rotationskropp som uppkommer då ytstycket mellan x -axeln och kurvan

$$y = xe^{-x}, \quad x \geq 0,$$

roterar kring x -axeln?

4. Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^3 x + x^4}{\sin x - \arctan x}$$

5. Undersök om den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{\ln(1+x) + x^4}}$$

är konvergent.

1. $x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2x + 3) - \sqrt{2} \arctan \frac{x+1}{\sqrt{2}} + C$

2. a) 1, b) $\frac{\pi}{2} - 1$

3. $\pi/4$

4. 6

5. Konvergent

Grundkurs i analys. Del II. 11.12.2000

1 Räkna ut en rekursionsformel och ett startvärde för talföljden

$$a_n = \int_0^1 x^n e^x dx \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

2. Beräkna

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x - \cos x + 1}$$

3. Vilka är de primitiva funktionerna till

$$\frac{x^2}{x^2 - 4x + 7} \quad ?$$

4. Bestäm tyngdpunkten (= masscentrum) för den yta (med konstant ytdensitet), som begränsas av koordinataxlarna och kurvan $y = e^{-x}$, $x \geq 0$.

5. Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(2x) - 2x \cos x}{\sin x - x + x^4}$$

1. $a_0 = e - 1$, $a_n = e - n \cdot a_{n-1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

2. $\ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

3. $x + 2 \cdot \ln(x^2 - 4x + 7) + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x-2}{\sqrt{3}} + C$

4. $T(a, b) = (1, 1/4)$

5. 10.