

Grundkurs i analys

av

Christer Glader

Innehållsförteckning

1	Talområden och funktioner	1
1.1	Talmängder och intervall	1
1.2	Mängdsymboler	3
1.3	Implikation och ekvivalens	4
1.4	Olikheter, absolutbelopp och triangelolikheten	4
1.5	Funktionsbegreppet	7
1.6	Polynom och rationella funktioner	9
1.7	Geometrisk summa och binomialsatsen	17
1.8	Potens- och exponentialfunktioner	20
1.9	Logaritmfunktioner	25
1.10	Invers funktion	29
1.11	Monotona funktioner	32
1.12	Sammansatta funktioner	33
1.13	Trigonometriska funktioner	34
1.14	Tangens och cotangens	41
1.15	Arcusfunktionerna	44
1.16	Hyperboliska funktionerna	48
1.17	Komplexa tal	49
2	Gränsvärden	59
2.1	Definitioner och räkneregler	59
2.2	Kontinuerliga funktioner	66
2.3	Monotona funktioner	69
2.4	Standardgränsvärden	74
2.5	Tillämpning av gränsvärden på serier	75
3	Derivator	77
3.1	Definitioner och räkneregler	77
3.2	Trigonometriska funktioner	81
3.3	Logaritmfunktioner	82
3.4	Derivata av invers	83
3.5	Exponential- och arcusfunktioner	84
3.6	Derivata av sammansatt funktion	86
3.7	Potensfunktioner	87
3.8	Hyperboliska funktioner	87
3.9	Några viktiga exempel	88
3.10	Lokala extrempunkter och medelvärdessatsen	90
3.11	Tillämpningar av derivator	95
3.12	Derivator av högre ordning	99
3.13	Partiella derivator	100

4	Primitiva funktioner	102
4.1	Grundläggande egenskaper och exempel	102
4.2	Partiell integration	106
4.3	Variabelsubstitution	107
4.4	Integration av rationella funktioner	109
4.5	Integration av trigonometriska uttryck	113
4.6	Integraler innehållande rotuttryck	115
5	Integraler	118
5.1	Definitioner och räkneregler	118
5.2	Kopplingen mellan integral och primitiv funktion	123
5.3	Partiell integration och variabelsubstitution	127
5.4	Generaliserade integraler	129
5.5	Tillämpning av integraler på serier	133
5.6	Areor, volymer och båglängder	137
5.7	Dubbelintegraler	141
6	Serieutvecklingar	150
6.1	Taylors och Maclaurins formler	150
6.2	Maclaurinutveckling av några standardfunktioner	154
6.3	Beräkning av gränsvärden	157

Förord

Föreliggande kompendium är en sammanfattning av föreläsninganteckningar i grundkursen i analys, en kurs inom grundstudierna i matematik vid Åbo Akademi. Kursen behandlar talområden, elementära funktioner, gränsvärden, serier, derivator, primitiva funktioner, integraler och serieutvecklingar. Innehållet fokuserar på envariabelanalys med undantag av korta framställningar av teorin för partiella derivator och dubbelintegraler. Inga anspråk på originalitet görs. Materialet är sammanställt ur ett flertal böcker, av vilka nämnas kan kursboken: *Analys i en variabel*, av Persson och Böiers, Studentlitteratur 1990, samt boken av Björup och Edén: *analys i en och flera dimensioner*, Studentlitteratur 1972.

Åbo, i december 2009

Christer Glader