

Hemuppgifter v. 48

1.

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$$-1 \leq \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq 1 \longrightarrow -|x| \leq x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq |x|$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} -|x| \leq \lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq \lim_{x \rightarrow 0} |x|$$

$$0 \leq \lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq 0$$

Dvs $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$ alltså är f kontinuerligt
i $x=0$.

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - 0}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \sin\left(\frac{1}{h}\right)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{h}\right) \quad (\text{existerar ej}) \end{aligned}$$

$\sin \frac{1}{x}$ oscillerar oändligt antal gånger
i ett intervall runt $x=0$

7P