

Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 50

1. Utveckla nedanstående funktioner i Maclaurinserie genom att utnyttja formeln för summan av en geometrisk serie och andra standardutvecklingar:

$$\frac{1+x}{3-x}, \quad x \ln(5+x^3), \quad x^2 \operatorname{arccot}(x).$$

2. Bestäm Maclaurinpolynomet (dvs. Taylorpolynomet kring 0) av ordningen 4 för funktionerna

$$e^{-x} \sin 2x, \quad \cos x \cdot \arctan x.$$

3. Bestäm Taylorpolynomet kring 2 av ordningen 3 för funktionen $e^x \cdot \ln x$.
4. Är den stationära punkt, som funktionen $\cos(x^2) \cdot \arctan(x^4)$ har i 0, en extrempunkt? Av vilket slag är den i så fall?
5. Räkna ut följande gränsvärden med hjälp av serieutvecklingar:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3 - 4x^5}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln(1+x)}{1 - \sqrt{1-x^2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \arctan x}{x(\cos 2x - 1)}.$$

6. Räkna ut följande gränsvärden med hjälp av l'Hôpitals regel:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x - \ln 2}{3x - 6}, \quad \lim_{x \rightarrow (\pi/2)^+} \frac{(\ln(\cos x))^2}{(\ln(\cot x))^2}.$$

7. Vad blir

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n[n \ln(n+1) - n \ln n - 1] ?$$

Ledning: Ersätt n med en kontinuerlig variabel $1/x$ och låt $x \rightarrow 0^+$.