

Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 48

1. Räkna ut dubbelintegralen

$$\int \int_D (3x^2 + 4y^2) dx dy,$$

där D är ytstycket innanför ellipsen $3x^2 + 4y^2 = 2$.

2. (a) Vilken area har den yta i första kvadranten som begränsas av kurvorna $y = \sqrt[5]{x}$ och $y = x^5$?

3. (a) Beräkna arean av den yta som begränsas av *asteroiden*, dvs. av kurvan

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}.$$

(b) Räkna ut asteroidens båglängd.

4. Vilken volym har den rotationskropp, som genereras då ytstycket mellan x -axeln, y -axeln och kurvan $y = \cos x$, $x \in [0, \pi/2]$, roterar kring y -axeln.

5. Räkna ut båglängden för den kurva som i polära koordinater har ekvationen $r = \sin \varphi$, $\varphi \in [0, \pi]$. Vad är det här för kurva?

6. Beräkna arean hos den rotationsyta, som uppkommer då kurvan $y = \sin x$, $x \in [0, \pi/2]$, roterar kring x -axeln.

7. Räkna ut båglängden hos kurvan $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4x}$, $x \in [1, 2]$.

8. Två cirkulära, raka cylindrar med radien R har x -axeln resp. y -axeln som symmetriaxel. Tillsammans avgränsar de en kropp. Bestäm kroppens volym.

9. Räkna ut tröghetsmomentet hos en rät cirkulär kon med avseende på konens symmetriaxel. Densiteten är konstant. Utnyttja att tröghetsmomentet hos en cirkelskiva är $\frac{1}{2}mr^2$, där m är skivans massa och r är skivans radie.

10. Bestäm masscentrum för det ytstycke som begränsas av x -axeln, linjen $x = \pi/2$ och kurvan $y = \sin x$, $x \in [0, \pi/2]$.