

Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 45

1. Räkna ut alla primitiver (= primitiva funktioner) till

$$\frac{2 + x^2 + x^3 \sin x}{x^3}, \quad \frac{(x+1)^2}{x\sqrt{x}}.$$

2. Bestäm med hjälp av partiell integration primitiverna till

$$(x+1) \sin x, \quad \arctan x, \quad \frac{\ln x}{x^3}, \quad \frac{x-1}{\sin^2 x}.$$

3. Räkna ut primitiverna till $x^2(2+x)^{45}$ genom att använda substitutionen $t = 2+x$ (i stället för att utveckla $(2+x)^{45}$).

4. Vilka primitiver har

$$\frac{1+x^2}{4+x^2} \quad \frac{1+2 \cot x}{2-\cot x} ?$$

5. Använd (om det är nödvändigt) substitutionen $x = \sin t$ och trigonometriska formler till att bestämma primitiverna till

$$x^2 \sqrt{1-x^2} \quad \text{och} \quad \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}.$$

6. Bestäm primitiverna till $\sqrt{x^2-4}$ (a) genom partiell integration, (b) genom att substituera $x = 2 \cosh t$ (och vid behov $x = -\cosh t$).

7. Räkna ut

$$\int \frac{x^2 + 5x - 3}{x+3} dx, \quad \int \frac{dx}{x^2 - 9} dx, \quad \int \frac{x+3}{x(x+2)^2} dx.$$

8. Räkna ut

$$\int \frac{2x+1}{x^2-4x+5} dx, \quad \int \frac{2x+1}{x^2-4x-5} dx.$$

9. Vilka primitiver har funktionerna

$$\frac{e^{3x} x}{1+e^{-x}}, \quad \frac{x}{\sqrt{x+1}} ?$$

10. Bestäm

$$\int \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} dx$$

genom att använda substitutionen $x = \tan t$.