

Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 41

1. Visa med hjälp av standardgränsvärdet $1 = \lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x$ att funktioner av formen $f(x) = a^x$ är kontinuerliga (dvs. visa att $|f(x) - f(x_0)| \rightarrow 0$ då $x \rightarrow x_0$).
2. Räkna ut $\lim_{x \rightarrow 0} (\cosh x)^{\coth^2 x}$.

3. Bestäm (med hjälp av att $\sinh x/x \rightarrow 1$ då $x \rightarrow 0$)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sinh(x + x^2)}{x^3 + \ln(1 + 2x)}.$$

4. Räkna ut

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 3n + 1}{2n^2 + n} \right)^{\frac{n^2 + 2}{n + 1}}.$$

5. Bestäm

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{5n + 1}{2n^2 + n + 1}}.$$

6. Vilka asymptoter har kurvan

$$y = \frac{2x^3 + x^2 - x - 1}{x^2 - 1}?$$

7. Räkna ut gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2}^p n(\sqrt[k]{k} - 1).$$

8. För vilka x konvergerar serien

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^n?$$

Vad är seriens summa?

9. Är serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$$

konvergent och vad är i så fall seriens summa?

10. Räkna ut

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\binom{n}{n-2}}.$$

11. Undersök om följande positiva serie är konvergent:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 2} \cos \frac{1}{n^2}.$$

12. Bestäm asymptoterna till kurvan $y = xe^{-1/x}$.