

## Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 49

1. (a) Hur stor är den som *kardioiden* omsluter? I polära koordinater har kardioiden ekvationen  $r = 2a(1 - \cos \varphi)$ . (b) Vilken är kardioidens båglängd?
2. Räkna ut tröghetsmomentet för en rektangel med sidorna  $a$  och  $b$  med avseende på en axel vinkelrätt mot rektangeln genom dess tyngdpunkt. Ytdensiteten är konstant.
3. Vilken area har ellipsoiden

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

- (i) i det fall att  $a \geq b$  och (ii) i det fall att  $a \leq b$ ? Ledning: I bägge fallen handlar det om rotationsytor.
4. Vilken volym har den kropp, som uppkommer då ellipsskivan  $3(x+2)^2 + 4(y+2)^2 \leq 12$  roterar kring den räta linjen  $x + y + 1 = 0$ ? Ledning: Använd Guldin regel.
  5. Bestäm masscentrum (= tyngdpunkten) för den cirkelbåge som beskrivs av  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ . Längddensiteten är konstant.
  6. Vilken area har den rotationsyta, som uppkommer då cirkelbågen i föregående uppgift roterar kring linjen  $y = 1$ ?
  7. Är följande serier konvergenta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^{5/2} + 1}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^{5/2} - 1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^4 + 2n - 2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} n3^{-2n} ?$$

8. Utveckla funktionerna

$$(1 + x^2)e^{-x}, \quad \frac{x^2}{2 - x}$$

i Maclaurinserie genom att använda formeln för summan av en geometrisk serie och andra kända utvecklingar.