

Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 41

1. Visa med hjälp av standardgränsvärdet $1 = \lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x$ att funktioner av formen $f(x) = a^x$ är kontinuerliga (dvs. visa att $|f(x) - f(x_0)| \rightarrow 0$ då $x \rightarrow x_0$).
2. Räkna ut $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{x^2 \cot^4 x}$.

3. Bestäm (med hjälp av att $\sinh x/x \rightarrow 1$ då $x \rightarrow 0$)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sinh x}{x + \ln(1 + 2x + 2x^2)}.$$

4. Räkna ut

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 2n + 2}{3n^2 + 1} \right)^{\frac{n^3}{n^2 + 1}}.$$

5. Bestäm

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3n + 2}{4n^2 + n + 2}}.$$

6. Vilka asymptoter har kurvan

$$y = \frac{2x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}?$$

7. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{2} - 1}{\ln(n + 1) - \ln n}.$$

8. För vilka x konvergerar serien

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x + 1}{2x - 1} \right)^n?$$

Vad är seriens summa?

9. Är serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$$

konvergent och vad är i så fall seriens summa?

10. Räkna ut

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n+2}{n-2}}.$$

11. Undersök om följande positiva serie är konvergent:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{2^n + 1} \tan(2^{-n}).$$

12. Bestäm asymptoterna till kurvan $y = xe^{-1/x}$.