

## Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 40

1. Visa med hjälp av formeln  $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$  att funktionen  $\sin x$  är kontinuerlig (dvs. visa att  $|\sin x - \sin x_0| \rightarrow 0$  då  $x \rightarrow x_0$ ).
2. Bestäm först  $\lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x)/x$  och därefter

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x^3 e^{-x}}{\arcsin x + x^2 \cos x}.$$

3. Bestäm med hjälp av formeln  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$  gränsvärdena

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^3 - 8}, \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt[3]{\cos x}}.$$

4. En talföljd definieras av  $a_0 = 1$ ,  $a_{n+1} = \frac{1}{10}a_n^2 + 1$ . Vilket tal konvergerar följden mot om den konvergerar.
5. Bestäm

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \tan^2 \sqrt{x}}{x + x\sqrt{x}}.$$

6. Räkna ut  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  då

$$a_n = \frac{2n + 3}{n + \sqrt{n} \ln n}.$$

7. Har funktionen

$$f(x) = \frac{2x + (3/\sin^2 \frac{1}{x})}{x + x^2 \arctan x + 2x^2}$$

ett gränsvärde då  $x \rightarrow \infty$ ?

8. Räkna ut  $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(3 + 2x)/\ln(5 + x^3)$ .
9. Beräkna med hjälp av formeln  $1 = \lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x$  gränsvärdena (utnyttja (a) i fall (b))

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x - 9}{x - 2}, \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x3^x - 8x - 2}{x^2 - 2x}.$$

10. Vad blir  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^4 - n}{3n^4 + 1} \right)^{\frac{2n^4 - 3}{n+1}}$ .

11. Använd bl.a. formeln  $1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$  till att bestämma

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{5n^3 + 2}{n^2 + 3n + 2}}.$$

12. Räkna ut gränsvärdet (bl.a. med hjälp av formeln  $\lim_{t \rightarrow 0} (1 + t)^{1/t}$ )

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + xe^{-x})^{1/\ln(1+x)}.$$