

Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 45

1. Bestäm primitiverna till funktionen $e^{ax} \sin bx$.

2. Räkna ut

$$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{3 + \sin^2 x}} dx.$$

3. Bestäm alla primitiver till $\sqrt{x^2 - 1}/x^4$ genom att sätta $x = 1/t$.

4. Lös integralen

$$\int \frac{x^2 + 3x + 3}{2x^2 + 5x + 2} dx.$$

5. Bestäm primitiverna till $(x + 4)/\sqrt{x^2 + 4x + 7}$.

6. Räkna ut

$$\int \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 3}} dx.$$

7. Vilka primitiver har funktionen $1/(2 + \sin x)$?

8. Lös

$$\int \frac{x^2 + x}{(x^2 - 1)(x^2 + 2x + 3)} dx.$$

9. Vad blir

$$\int \frac{1 + \cos x + \sin x}{(\cos x + 1)^2} dx?$$

10. Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n} \right)$$

genom att tolka parentesen som en Riemannsumma för en viss funktion.

11. Räkna ut gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+2} \frac{x(\ln(x+5) - \ln x)}{\tanh x} dx$$

med hjälp av integralkalkylens medelvärdessats.

12. Räkna ut de generaliserade integralerna (om de är konvergenta)

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{3 + \cos^2 x} dx, \quad \int_1^\infty \frac{\ln(2 + 3x)}{x^2} dx.$$

13. Undersök om följande generaliserade integraler är konvergenta:

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx, \quad \int_0^\infty \frac{\arctan x}{e^x + x^2} dx.$$