

Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 44

1. Vilka är primitiverna till funktionerna

$$\frac{x+x^2}{3+x^2}, \quad \frac{5-3\tan x}{3+5\tan x}.$$

2. Bestäm genom partiell integration alla primitiver till

$$\frac{\ln x}{x^4}, \quad \frac{2x+1}{\sin^2 x}, \quad \arccos x.$$

3. Bestäm primitiverna till $x^2(3-x)^{100}$ genom att använda substitutionen $t = 3-x$ (i stället för att utveckla $(3-x)^{100}$).

4. Använd (om det är nödvändigt) substitutionen $x = \sin t$ och trigonometriska formler till att bestämma primitiverna till

$$x\sqrt{1-x^2} \quad \text{och} \quad \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}.$$

5. Bestäm primitiverna till $\sqrt{4+x^2}$ (a) genom partiell integration, (b) genom att substituera $x = 2 \sinh t$.

6. Räkna ut

$$\int \frac{x^2+x+5}{x-2} dx, \quad \int \frac{dx}{x^2+2x}, \quad \int \frac{3x+2}{x(x+2)^2} dx.$$

7. Räkna ut

$$\int \frac{x+3}{x^2+4x+5} dx, \quad \int \frac{x+3}{x^2+4x-5} dx.$$

8. Vilka primitiver har funktionerna

$$\frac{e^x}{2+e^{-x}}, \quad \frac{\sqrt{x-3}}{x+2}?$$

9. Bestäm

$$\int \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} dx$$

genom att använda substitutionen $x = \tan t$.