

Hemuppgifter i Grundkurs i analys till vecka 43

1. Bestäm alla primitiver till funktionerna

$$x^2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, \quad \frac{1 + x \sin x}{x}, \quad \frac{(1+x)^2}{x\sqrt{x}}.$$

2. Vilka är primitiverna till funktionerna

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2} \arccos x}, \quad \frac{1+x}{1+x^2}, \quad \frac{1-\cot x}{1+\cot x}.$$

3. Bestäm genom partiell integration alla primitiver till

$$\frac{\ln x}{x^2}, \quad \frac{x}{\cos^2 x}, \quad \arccos x.$$

4. Bestäm primitiverna till $x^2(1-2x)^{100}$ genom att använda substitutionen $t = 1 - 2x$ (i stället för att utveckla $(1-2x)^{100}$).

5. Använd substitutionen $x = \sin t$ till att bestämma primitiverna till

$$x\sqrt{1-x^2}, \quad \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}.$$

6. Bestäm primitiverna till $\sqrt{1+x^2}$ (a) genom partiell integration, (b) genom att substituera $x = \sinh t$.

7. Beräkna

$$\int \frac{x^2 + 3x + 2}{x+1} dx, \quad \int \frac{dx}{x^2 - 1}, \quad \int \frac{x+3}{x(x+1)^2} dx.$$

8. Beräkna

$$\int \frac{x+1}{x^2 - 4x + 5} dx, \quad \int \frac{x+1}{x^2 - 4x - 5}.$$

9. Vilka primitiver har funktionerna

$$\frac{e^x}{1+e^{-x}}, \quad \frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 1}{x^2 + 2}, \quad \frac{\sqrt{x-1}}{x+2}?$$

10. Beräkna

$$\int \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} dx$$

genom att använda substitutionen $x = \tan t$.

11. Använd en lämplig substitution för att finna primitiverna till $\frac{\tan(1/x)}{x^2}$.

12. Vilka primitiver har funktionen

$$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}?$$