

1. För $x \geq 0$ och $y \geq 0$ låt

$$D_{x,y} = \{(s, t) : x \leq s, y \leq t\}$$

och definiera

$$F(x, y) = \int \int_{D_{x,y}} (s + t) e^{-(s+t)} ds dt.$$

Visa att $F(x, y) = F(x + y, 0)$.

2. Beräkna volymen av den (ändliga) kropp som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och planet $z = 2x + 2y - 1$.

3. Beräkna linjeintegralen

$$\int_{\Gamma} \frac{(y+1)dx - xdy}{x^2 + (y+1)^2}$$

då

a) Γ är sträckan från $(-3, 4)$ till $(3, 4)$,

b) Γ går från $(-3, 4)$ till $(3, 4)$ via $(0, -5)$ längs cirkeln $x^2 + y^2 = 25$.

c) Vilka värden kan integralen anta då Γ är en enkel sluten kurva som inte går genom punkten $(0, -1)$?

4. Hur lyder Greens sats ? Använd Greens sats för att evaluera kurvintegralen

$$\int_{\Gamma} y^2 dx + x^2 dy$$

där Γ är randen av triangeln

$$D = \{(x, y) : 0 < x + y < 1, 0 < y < x\}$$

genomlöst moturs.

5. Betrakta ytan

$$\Sigma = \{(x, y, z) : 2x + y = 1, x > 0, y > 0, 0 < z < 1\}$$

i vektorfältet $\vec{F}(x, y, z) = (2y, 2z, 2x)$. Beräkna ytintegralen av $\vec{F}$ över Σ då Σ är orienterad med normalen riktad utåt (från origo).