

Demonstrationer i flerdimensionell analys, vecka 9

1. Visa att ytorna $x^2 + y^2 - z^2 = 2$ och $x + y = 2e^z$ i en omgivning av punkten $(1, 1, 0)$ har en skärningskurva som kan skrivas $(x, y(x), z(x))$ med två deriverbara funktioner $y(x)$ och $z(x)$. Bestäm skärningskurvans tangentriktning i $(1, 1, 0)$.

2. Förenkla derivatan av $I(x)$ så långt som möjligt då

$$I(x) = \int_0^{1/x} \frac{\arctan xt}{t} dt.$$

3. (Tentuppgift 3.3.14). Transformerar differentialekvationen

$$xf'_y - yf'_x = \frac{1}{x^2}, \quad x > 0,$$

genom att införa polära koordinater i planet. Ange någon lösning till ekvationen.

4. Ange derivatans nollställen till funktionen

$$f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} \frac{e^{-xt^2}}{t} dt.$$

5. Visa att det i en omgivning av punkten 1 finns precis två funktioner $x = f(z)$ och $y = g(z)$ med kontinuerliga derivator sådana att $f(1) = g(1) = 1$ och

$$\begin{cases} 2e^x - e^y - e^z = 0 \\ xyz = 1. \end{cases}$$

Bestäm också $f'(1)$ och $g'(1)$.

6. Beräkna för lämpliga y -värden följande integral genom att först beräkna dess derivata:

$$\int_0^\infty \frac{\sin(xy)}{xe^x} dx.$$